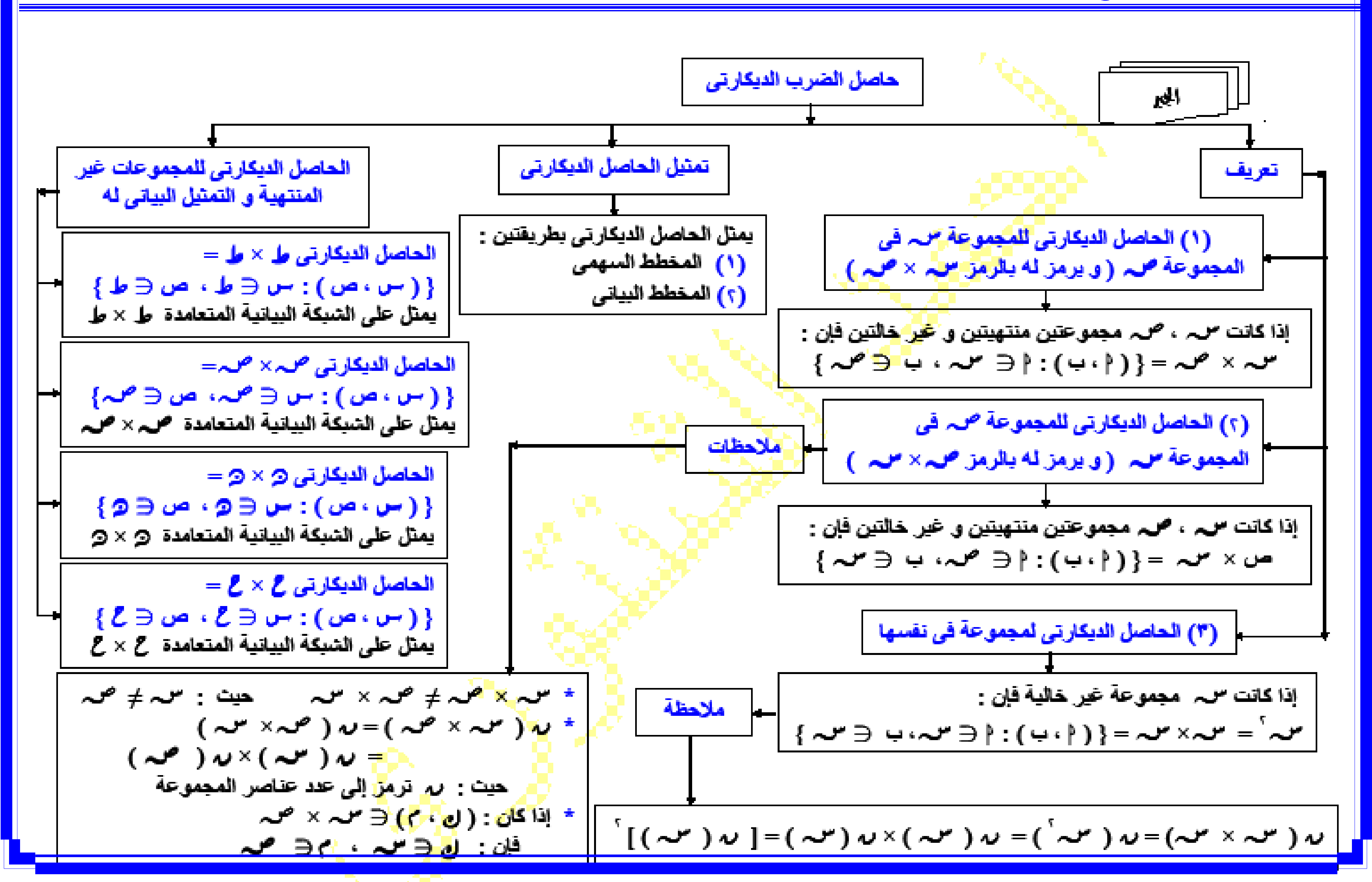
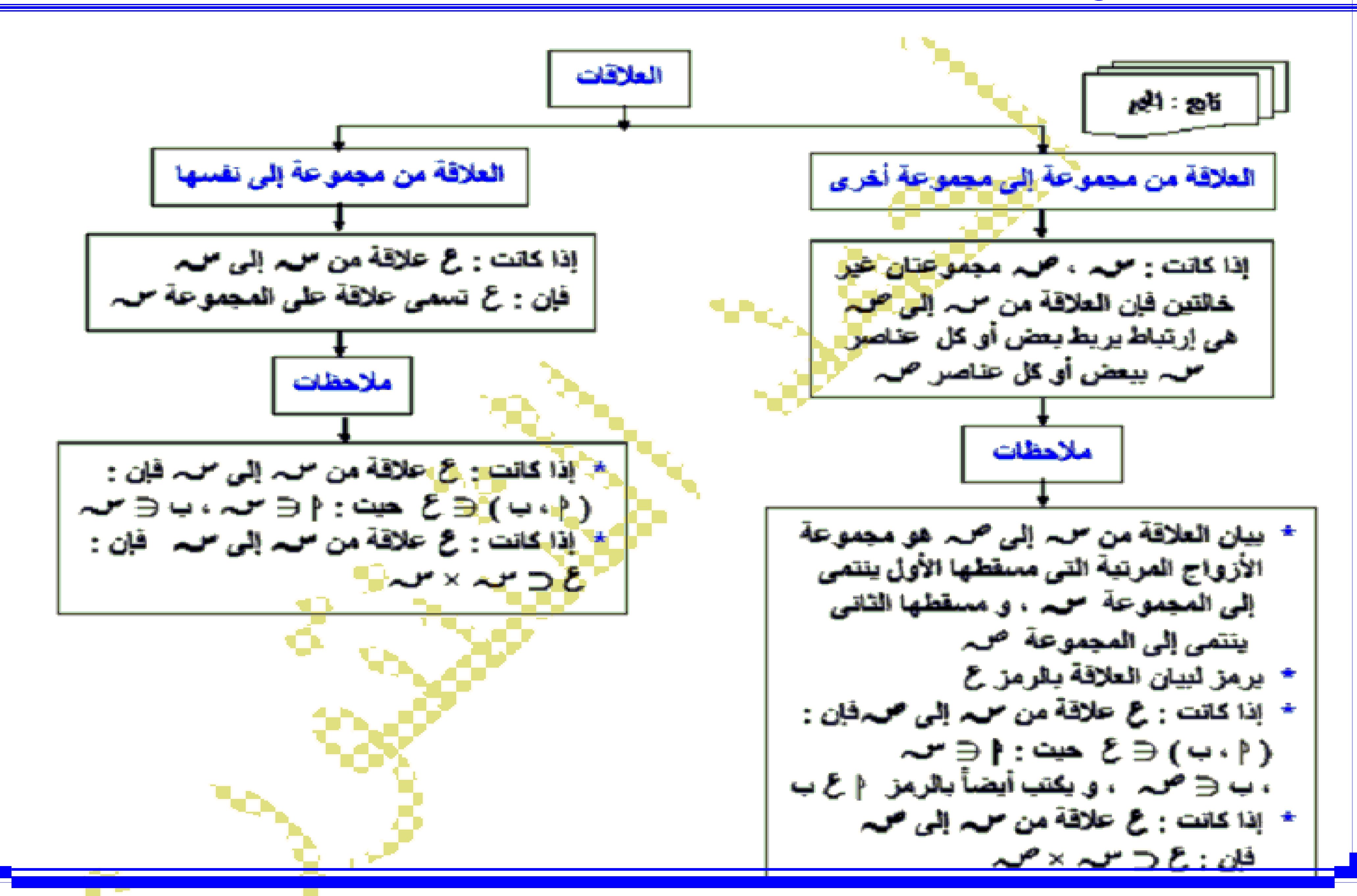
ملخص منهج
الجبر الأحصاء

الصف الثانى الاعدادى

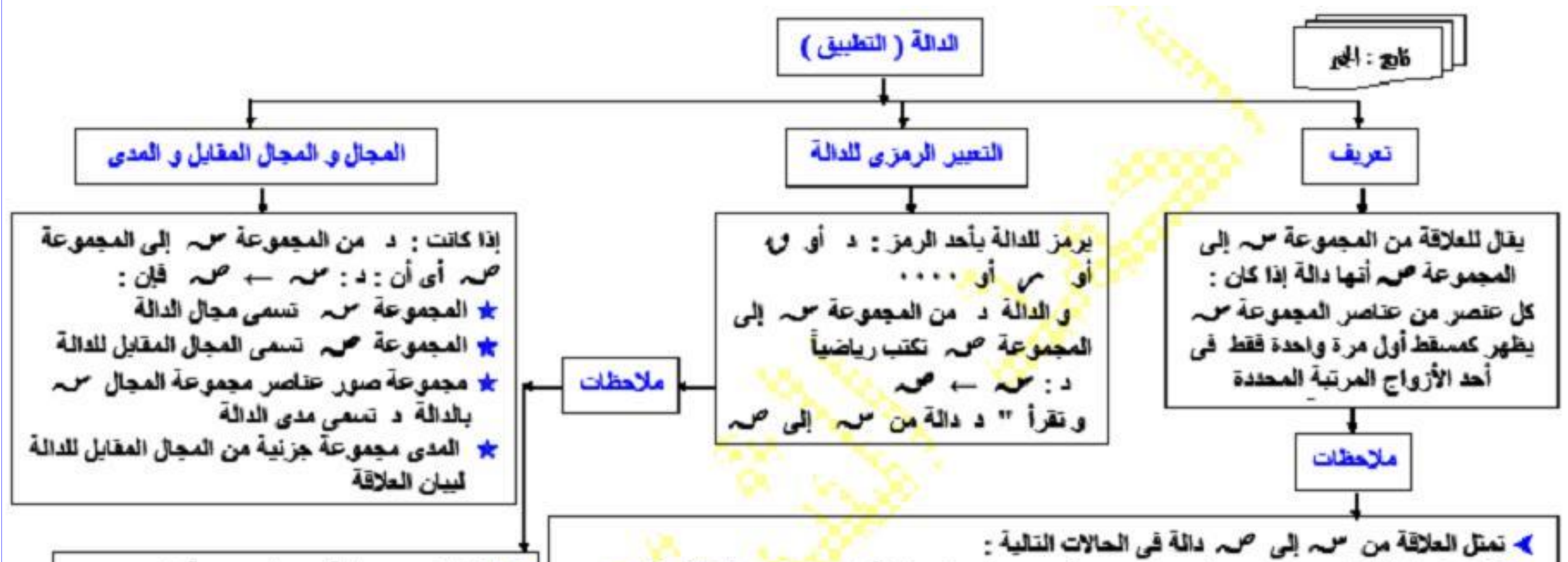
الفصل الدراسى الأول



الجبر
حاصل الضرب الديكارتى
تعريف
تمثيل الحاصل الديكارتى
الحاصل الديكارتى للمجموعات غير المتنهية و التمثيل البيانى له
(١) الحاصل الديكارتى للمجموعة س فى المجموعة ص (و يرمز له بالرمز س × ص)
إذا كانت س ، ص مجموعتين منتهيتين و غير خالتين فإن :
س × ص = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص }
(٢) الحاصل الديكارتى للمجموعة ص فى المجموعة س (و يرمز له بالرمز ص × س)
إذا كانت س ، ص مجموعتين منتهيتين و غير خالتين فإن :
ص × س = { (أ ، ب) : أ ∈ ص ، ب ∈ س }
(٣) الحاصل الديكارتى لمجموعة فى نفسها
إذا كانت س مجموعة غير خالية فإن :
$س^٢$ = س × س = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س }
ملاحظة
ن (س × س) = ن ($س^٢$) = ن (س) × ن (س) = $[ن (س)]^٢$
يمثل الحاصل الديكارتى بطريقتين :
(١) المخطط السهمى
(٢) المخطط البيانى
ملاحظات
* س × ص ≠ ص × س حيث : س ≠ ص
* ن (س × ص) = ن (ص × س)
= ن (س) × ن (ص)
حيث : ن ترمز إلى عدد عناصر المجموعة
* إذا كان : (ل ، م) ∈ س × ص
فإن : ل ∈ س ، م ∈ ص
الحاصل الديكارتى ط × ط =
{ (س ، ص) : س ∈ ط ، ص ∈ ط }
يمثل على الشبكة البيانية المتعامدة ط × ط
الحاصل الديكارتى ص × ص =
{ (س ، ص) : س ∈ ص ، ص ∈ ص }
يمثل على الشبكة البيانية المتعامدة ص × ص
الحاصل الديكارتى ن × ن =
{ (س ، ص) : س ∈ ن ، ص ∈ ن }
يمثل على الشبكة البيانية المتعامدة ن × ن
الحاصل الديكارتى ح × ح =
{ (س ، ص) : س ∈ ح ، ص ∈ ح }
يمثل على الشبكة البيانية المتعامدة ح × ح



تابع : الجبر
العلاقات
العلاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى
إذا كانت : س ، ص مجموعتان غير خالتين فإن العلاقة من س إلى ص هى إرتباط يربط بعض أو كل عناصر س ببعض أو كل عناصر ص
ملاحظات
* بيان العلاقة من س إلى ص هو مجموعة الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول ينتمى إلى المجموعة س ، و مسقطها الثانى ينتمى إلى المجموعة ص
* يرمز لبيان العلاقة بالرمز ع
* إذا كانت : ع علاقة من س إلى ص فإن : (أ ، ب) ∈ ع حيث : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، و يكتب أيضاً بالرمز أ ع ب
* إذا كانت : ع علاقة من س إلى ص فإن : ع ⊂ س × ص
العلاقة من مجموعة إلى نفسها
إذا كانت : ع علاقة من س إلى س فإن : ع تسمى علاقة على المجموعة س
ملاحظات
* إذا كانت : ع علاقة من س إلى س فإن : (أ ، ب) ∈ ع حيث : أ ∈ س ، ب ∈ س
* إذا كانت : ع علاقة من س إلى س فإن : ع ⊂ س × س



➤ تمثل العلاقة من س إلى ص دالة فى الحالات التالية :

* فى بيان الدالة كل عنصر من عناصر المجموعة س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة
* فى المخطط السهمى للعلاقة يخرج سهم واحد فقط من كل عنصر من عناصر س إلى أحد عناصر ص
* فى المخطط البيانى للعلاقة كل خط رأسى تظهر عليه نقطة واحدة فقط من النقط التى تنتمى للعلاقة

➤ كل دالة علاقة بينما كل علاقة ليس بالضرورة أن تكون دالة

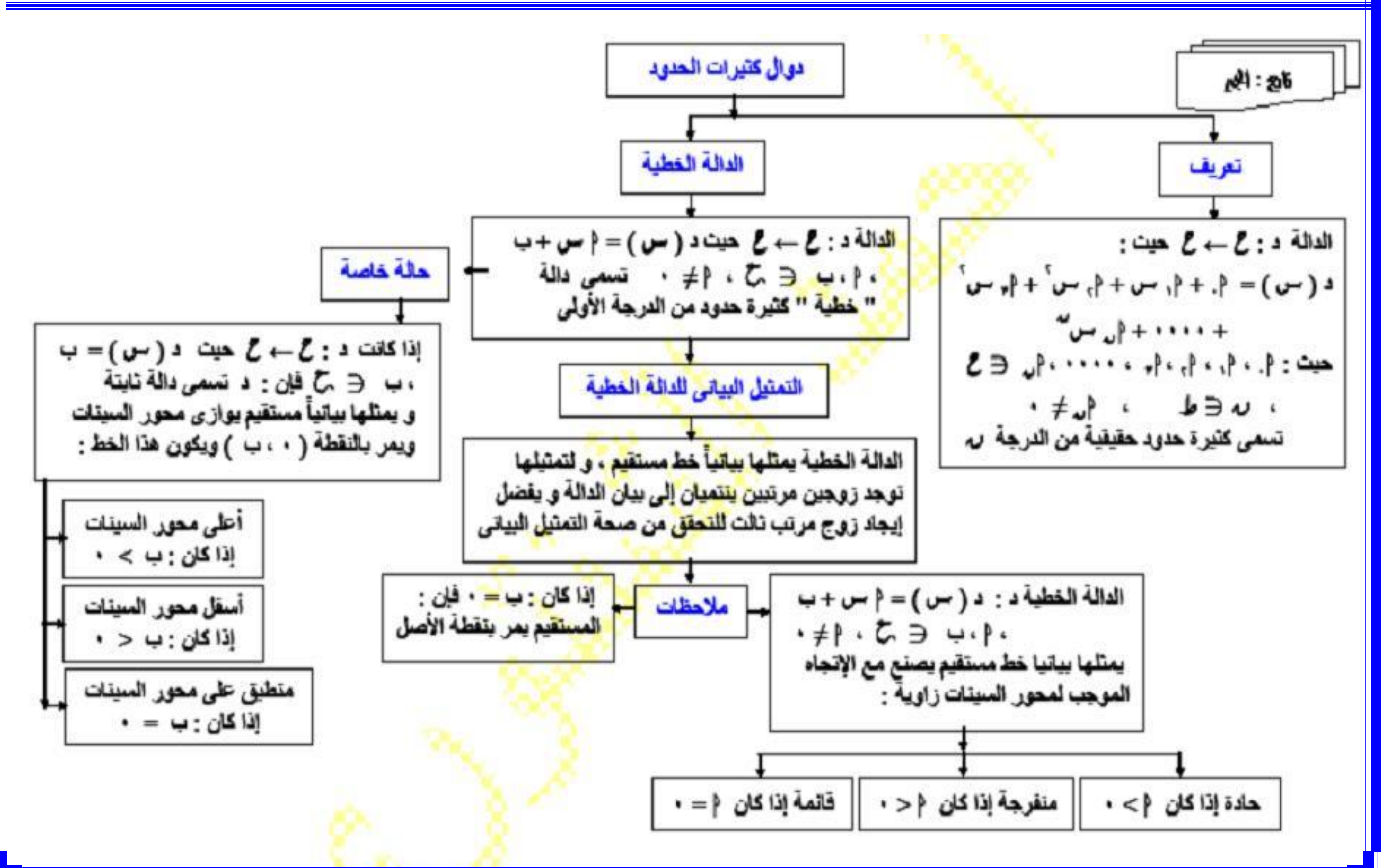
لا تمثل العلاقة من س إلى ص دالة فى الحالات التالية :

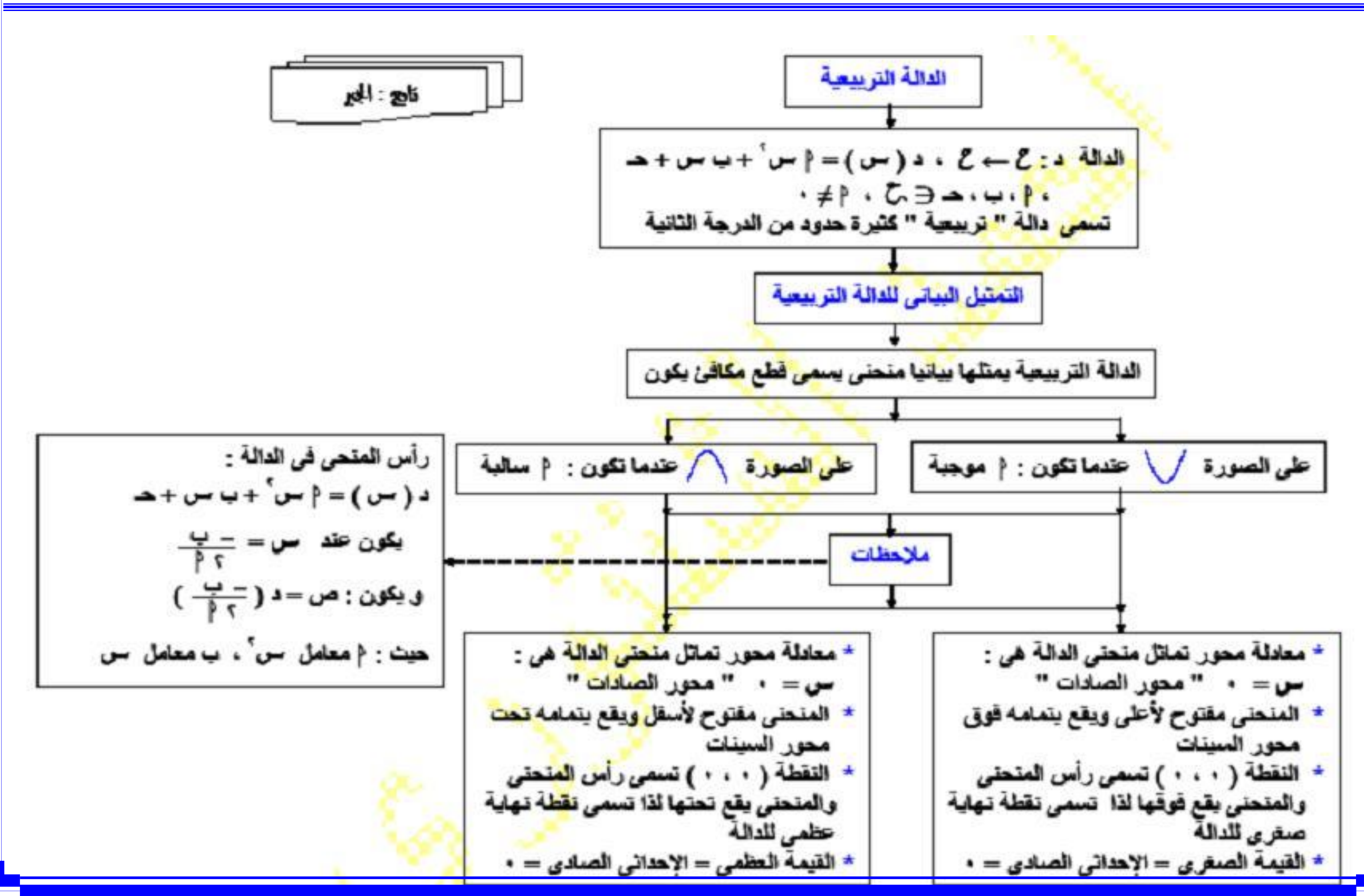
* من بيان العلاقة : إذا وجد عنصر (واحد على الأقل) من عناصر س لا يظهر " أو يظهر أكثر من مرة " كمسقط أول فى أى من الأزواج المرتبة للعلاقة
* من المخطط السهمى للعلاقة : إذا كان هناك عنصر (واحد على الأقل) من عناصر س يخرج منه أكثر من سهم " أو لا يخرج منه أى سهم "
* من المخطط البيانى للعلاقة : يوجد أكثر من نقطة على أحد الخطوط الرأسية للمخطط البيانى للعلاقة أو " أحد الخطوط الرأسية للمخطط البيانى لا تقع عليه أى نقطة "

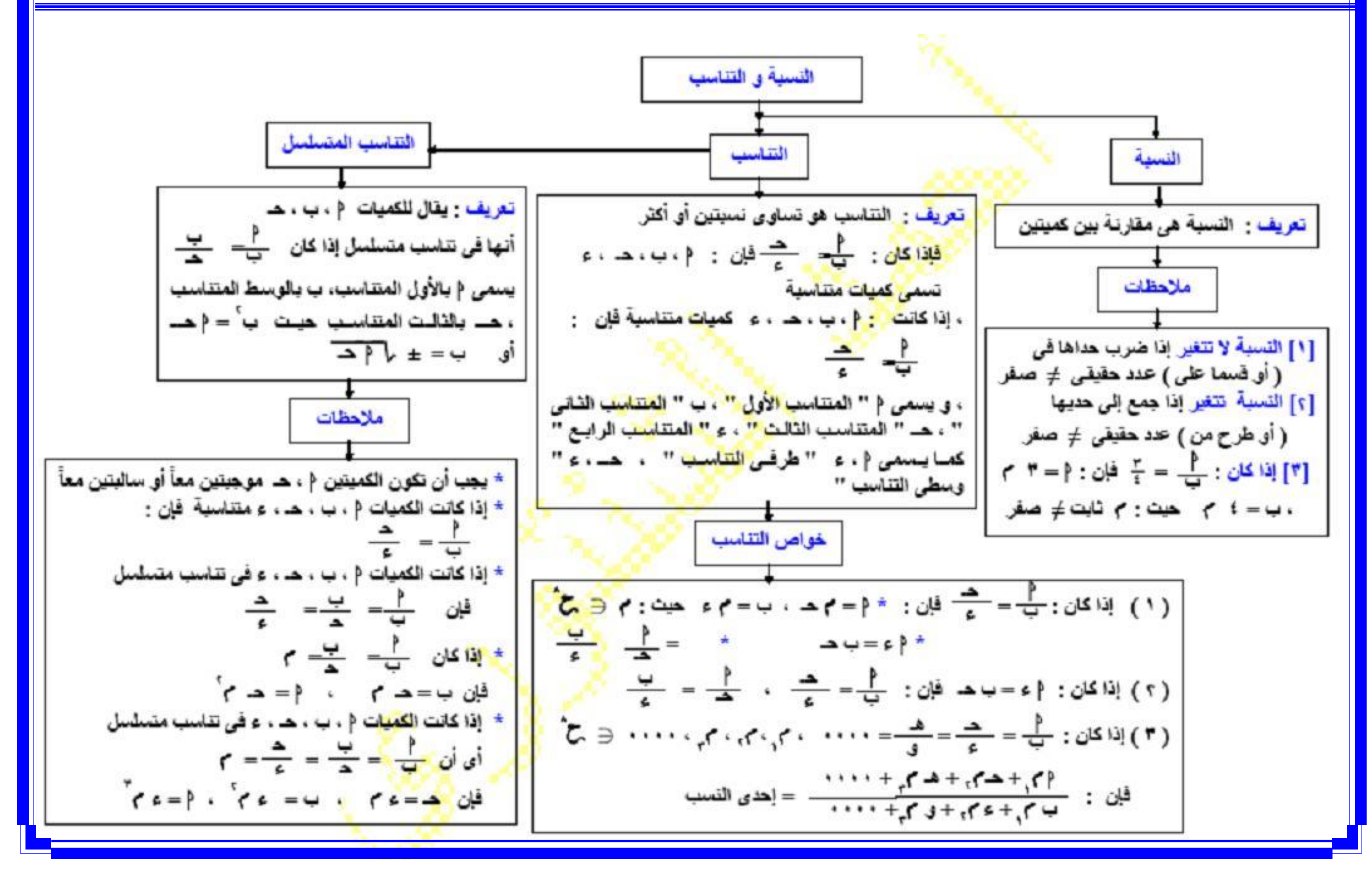
* إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى نفسها فإنه يقال أن : د دالة على س
* إذا كان : الزوج المرتب (س ، ص) ينتمى لبيان الدالة فإن : العنصر ص يسمى صورة العنصر س بالدالة ، و يعبر عن ذلك بإحدى الصورتين :

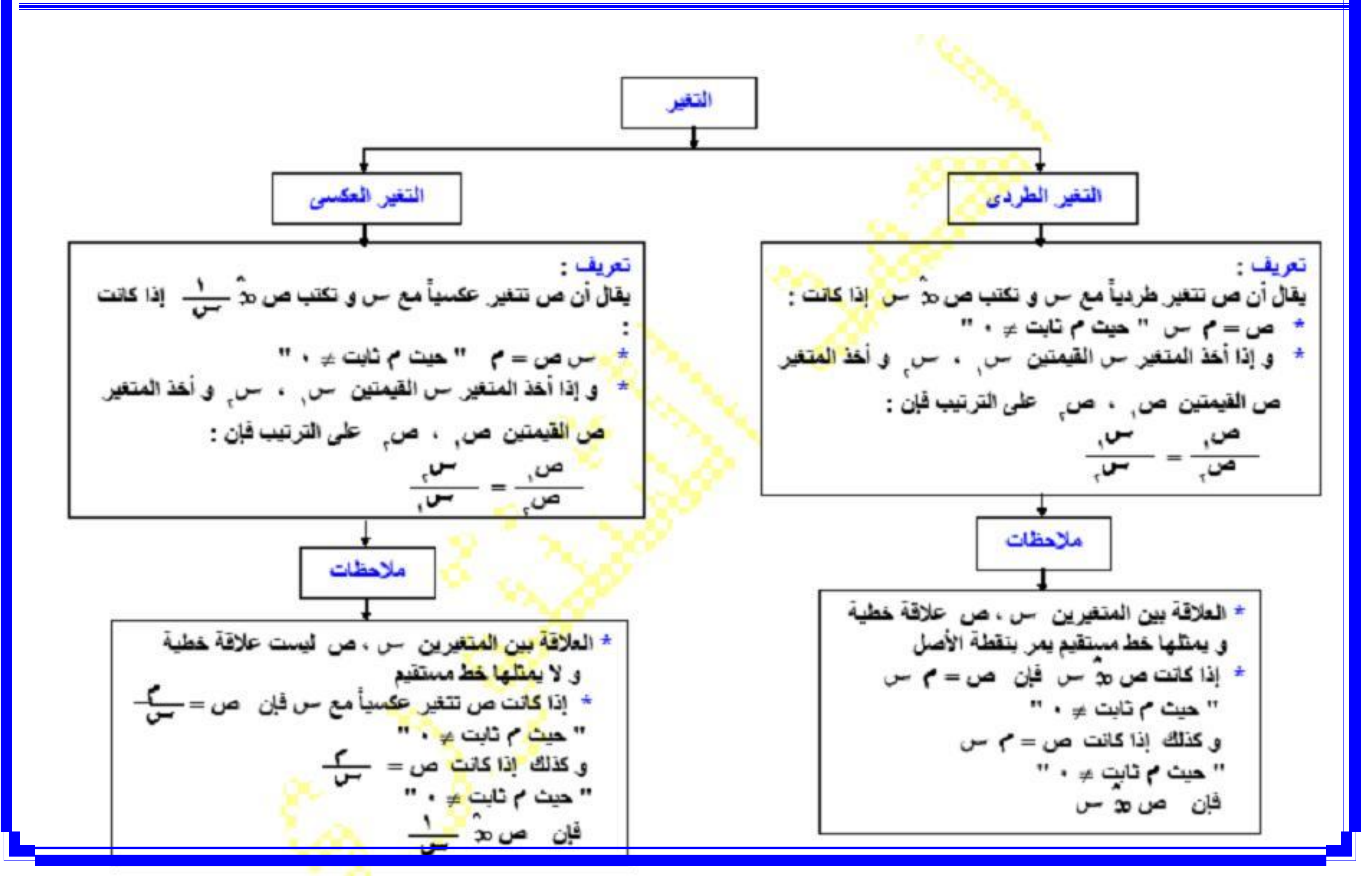
⇦ د : س ← ص
و تقرأ " الدالة د ترسم س إلى ص "

⇦ د (س) = ص
و تقرأ " د دالة حيث د (س) = ص "


تابع : الجبر
دوال كثيرات الحدود
تعريف
الدالة د : ح ← ح حيث : د (س) = أ. + أ١ س + أ٢ س٢ + أ٣ س٣ + ... + أن سن حيث : أ. ، أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، ...... ، أن ∈ ح ، ن ∈ ط ، أن ≠ ٠ تسمى كثيرة حدود حقيقية من الدرجة ن
الدالة الخطية
الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = أ س + ب ، أ ، ب ∈ ح ، أ ≠ ٠ تسمى دالة " خطية " كثيرة حدود من الدرجة الأولى
حالة خاصة
إذا كانت د : ح ← ح حيث د (س) = ب ، ب ∈ ح فإن : د تسمى دالة ثابتة و يمثلها بيانياً مستقيم يوازى محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ب) ويكون هذا الخط :
أعلى محور السينات إذا كان : ب > ٠
أسفل محور السينات إذا كان : ب < ٠
منطبق على محور السينات إذا كان : ب = ٠
التمثيل البيانى للدالة الخطية
الدالة الخطية يمثلها بيانياً خط مستقيم ، و لتمثيلها توجد زوجين مرتبين ينتميان إلى بيان الدالة و يفضل إيجاد زوج مرتب ثالث للتحقق من صحة التمثيل البيانى
ملاحظات
إذا كان : ب = ٠ فإن : المستقيم يمر بنقطة الأصل
الدالة الخطية د : د (س) = أ س + ب ، أ ، ب ∈ ح ، أ ≠ ٠ يمثلها بيانيا خط مستقيم يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية :
حادة إذا كان أ > ٠
منفرجة إذا كان أ < ٠
قائمة إذا كان أ = ٠


تابع : الجبر
الدالة التربيعية
الدالة د : ح ← ح ، د (س) = ﺃ س² + ب س + حـ
، ﺃ ، ب ، حـ ∈ ح ، ﺃ ≠ ٠
تسمى دالة " تربيعية " كثيرة حدود من الدرجة الثانية
التمثيل البيانى للدالة التربيعية
الدالة التربيعية يمثلها بيانيا منحنى يسمى قطع مكافئ يكون
على الصورة عندما تكون : ﺃ موجبة
على الصورة عندما تكون : ﺃ سالبة
ملاحظات
رأس المنحى فى الدالة :
د (س) = ﺃ س² + ب س + حـ
يكون عند س = −ب / ٢ﺃ
و يكون : ص = د (−ب / ٢ﺃ)
حيث : ﺃ معامل س² ، ب معامل س
* معادلة محور تماثل منحنى الدالة هى :
س = ٠ " محور الصادات "
* المنحنى مفتوح لأعلى ويقع بتمامه فوق محور السينات
* النقطة (٠ ، ٠) تسمى رأس المنحنى والمنحنى يقع فوقها لذا تسمى نقطة نهاية صغرى للدالة
* القيمة الصغرى = الإحداثى الصادى = ٠
* معادلة محور تماثل منحنى الدالة هى :
س = ٠ " محور الصادات "
* المنحنى مفتوح لأسفل ويقع بتمامه تحت محور السينات
* النقطة (٠ ، ٠) تسمى رأس المنحنى والمنحنى يقع تحتها لذا تسمى نقطة نهاية عظمى للدالة
* القيمة العظمى = الإحداثى الصادى = ٠


النسبة و التناسب
النسبة
تعريف : النسبة هى مقارنة بين كميتين
ملاحظات
[١] النسبة لا تتغير إذا ضرب حداها فى (أو قسما على) عدد حقيقى ≠ صفر
[٢] النسبة تتغير إذا جمع إلى حديها (أو طرح من) عدد حقيقى ≠ صفر
[٣] إذا كان : أ/ب = ٣/٤ فإن : أ = ٣ م ، ب = ٤ م حيث : م ثابت ≠ صفر
التناسب
تعريف : التناسب هو تساوى نسبتين أو أكثر
فإذا كان : أ/ب = حـ/ء فإن : أ ، ب ، حـ ، ء تسمى كميات متناسبة
، إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فإن : أ/ب = حـ/ء
، و يسمى أ " المتناسب الأول " ، ب " المتناسب الثانى " ، حـ " المتناسب الثالث " ، ء " المتناسب الرابع "
كما يسمى أ ، ء " طرفى التناسب " ، حـ ، ء " وسطى التناسب "
خواص التناسب
(١) إذا كان : أ/ب = حـ/ء فإن : * أ = م حـ ، ب = م ء حيث : م ∈ ح*
* أ ء = ب حـ * أ/حـ = ب/ء
(٢) إذا كان : أ ء = ب حـ فإن : أ/ب = حـ/ء ، أ/حـ = ب/ء
(٣) إذا كان : أ/ب = حـ/ء = هـ/و = ... ، م١ ، م٢ ، م٣ ، ..... ∈ ح*
فإن : (أ م١ + حـ م٢ + هـ م٣ + ...) / (ب م١ + ء م٢ + و م٣ + ...) = إحدى النسب
التناسب المتسلسل
تعريف : يقال للكميات أ ، ب ، حـ أنها فى تناسب متسلسل إذا كان أ/ب = ب/حـ
يسمى أ بالأول المتناسب، ب بالوسط المتناسب ، حـ بالثالث المتناسب حيث ب² = أ حـ أو ب = ± √(أ حـ)
ملاحظات
* يجب أن تكون الكميتين أ ، حـ موجبتين معاً أو سالبتين معاً
* إذا كانت الكميات أ ، ب ، حـ ، ء متناسبة فإن : أ/ب = حـ/ء
* إذا كانت الكميات أ ، ب ، حـ ، ء فى تناسب متسلسل فإن أ/ب = ب/حـ = حـ/ء
* إذا كان أ/ب = ب/حـ = م فإن ب = حـ م ، أ = حـ م²
* إذا كانت الكميات أ ، ب ، حـ ، ء فى تناسب متسلسل أى أن أ/ب = ب/حـ = حـ/ء = م
فإن حـ = ء م ، ب = ء م² ، أ = ء م³


التغير
التغير الطردى
التغير العكسى
تعريف :
يقال أن ص تتغير طردياً مع س و تكتب ص ∝ س إذا كانت :
* ص = م س " حيث م ثابت ≠ ٠ "
* و إذا أخذ المتغير س القيمتين $س_١$ ، $س_٢$ و أخذ المتغير ص القيمتين $ص_١$ ، $ص_٢$ على الترتيب فإن :
$\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$
تعريف :
يقال أن ص تتغير عكسياً مع س و تكتب ص ∝ $\frac{١}{س}$ إذا كانت :
* س ص = م " حيث م ثابت ≠ ٠ "
* و إذا أخذ المتغير س القيمتين $س_١$ ، $س_٢$ و أخذ المتغير ص القيمتين $ص_١$ ، $ص_٢$ على الترتيب فإن :
$\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$
ملاحظات
* العلاقة بين المتغيرين س ، ص علاقة خطية و يمثلها خط مستقيم يمر بنقطة الأصل
* إذا كانت ص ∝ س فإن ص = م س
" حيث م ثابت ≠ ٠ "
و كذلك إذا كانت ص = م س
" حيث م ثابت ≠ ٠ "
فإن ص ∝ س
ملاحظات
* العلاقة بين المتغيرين س ، ص ليست علاقة خطية و لا يمثلها خط مستقيم
* إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س فإن ص = $\frac{م}{س}$
" حيث م ثابت ≠ ٠ "
و كذلك إذا كانت ص = $\frac{ك}{س}$
" حيث م ثابت ≠ ٠ "
فإن ص ∝ $\frac{١}{س}$

الإحصاء

جمع البيانات

** عملية جمع البيانات من أهم المراحل التى يعتمد عليها البحث الإحصائى
** جمع البيانات بأسلوب علمى صحيح يترتب عليه الوصول إلى نتائج دقيقة عند القيام بعمليات الإستدلال الإحصائى و إتخاذ القرارات المناسبة

مصادر جمع البيانات

(١) مصادر أولية " مصادر ميدانية " :
و هى المصادر التى نحصل منها على البيانات بشكل مباشر حيث تجمع البيانات عن طريق : المقابلة الشخصية أو الإستبيان " إستطلاع الرأى "
* مميزاته : يتميز هذا النوع بالدقة
* عيوبه : يحتاج إلى وقت طويل و مجهود كبير ، كما أنه مكلف مادياً

(٢) مصادر ثانوية " مصادر تاريخية " :
و هى المصادر التى يتم الحصول عليها من أجهزة أو هيئات رسمية مثل : نشرات الجهاز المركزى للتعبئة و الإحصاء و الإنترنت و وسائل الإعلام
* مميزاته : يوفر الوقت و الجهد و المال

أساليب جمع البيانات

(١) أسلوب الحصر الشامل :
و يعنى جمع البيانات المتعلقة بالظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائى و يستخدم لحصر جميع مفردات المجتمع مثل التعداد العام للسكان أو الوحدات السكنية ، ، ، ، الخ
* مميزاته : يتميز هذا الأسلوب بالشمول و عدم التحيز و دقة النتائج
* عيوبه : يحتاج إلى وقت طويل و مجهود كبير ، و تكلفة باهظة

(٢) أسلوب العينات :
و يقوم على فكرة إختيار عينة من المجتمع الإحصائى الذى تمثله و تجرى البحث على العينة ، و ما تحصل عليه من نتائج يتم تعميمه على المجتمع بأكمله
* مميزاته :
- توفير الوقت و الجهد و التكاليف
- الأسلوب الوحيد لجمع البيانات عن المجتمعات الكبيرة
- الأسلوب الوحيد لدراسة بعض المجتمعات المحدودة في بعض الأحيان
* عيوبه : عدم دقة النتائج إذا كانت العينة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلاً جيداً " صادقاً " و تسمى بالعينة المتحيزة

طرق إختيار العينات

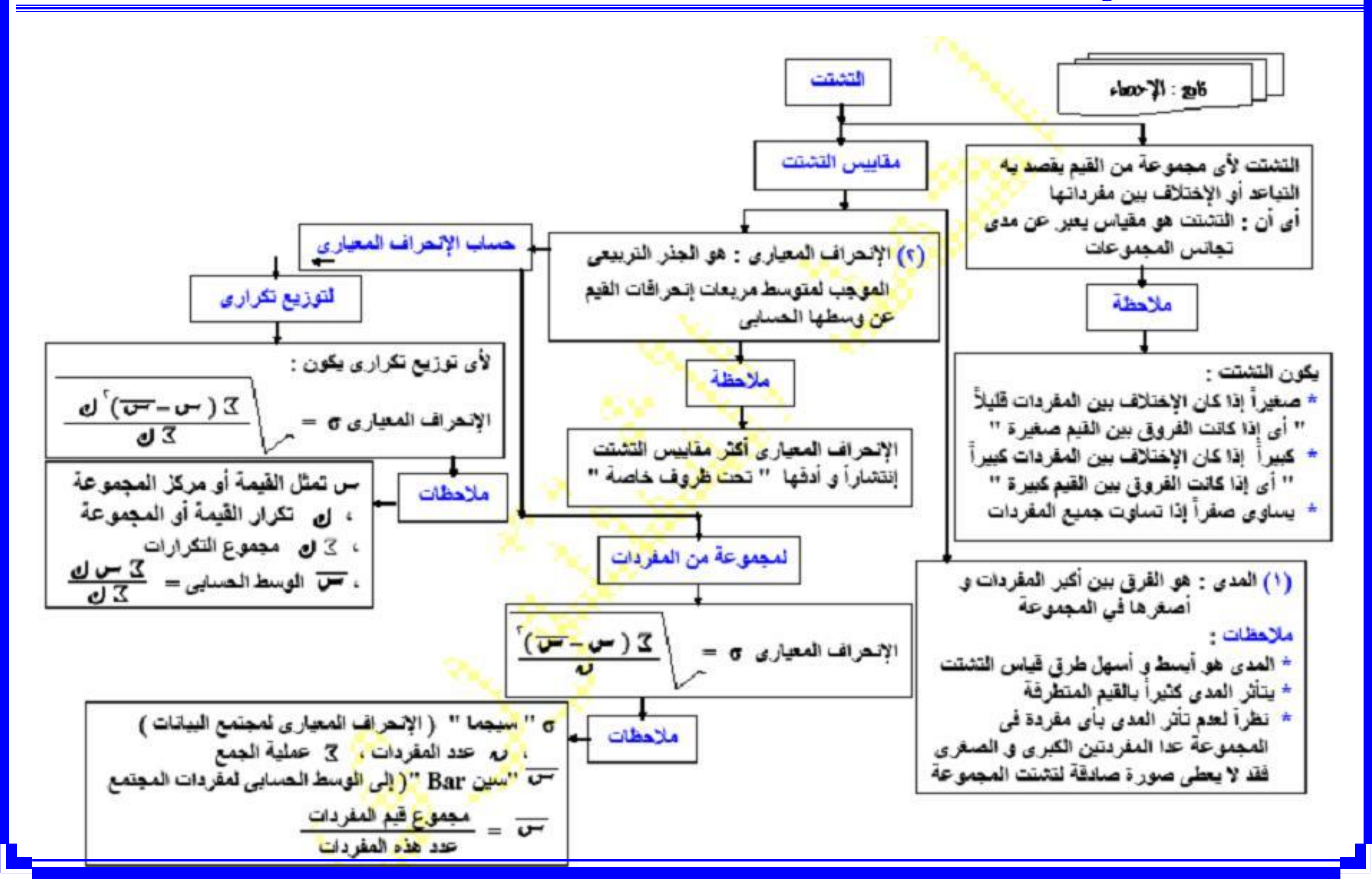
(١) الإختيار المتحيز "العينات غير العشوائية " :
و هو إختيار العينة بطريقة تناسب أهداف البحث و تعرف بالعينة العمدية

(٢) الإختيار العشوائى :
و هو إختيار العينة بحيث تكون فرص ظهور أى من مفردات المجتمع فيها متساوية

أنواع العينات العشوائية

(١) العينة العشوائية البسيطة :
هى : أبسط أنواع العينات و يتم سحبها من المجتمعات المتجانسة و يتوقف إختيارها على حجم و عدد وحدات المجتمع

(٢) العينة العشوائية الطبقية :
عندما يكون المجتمع محل الدراسة غير متجانس يقسم المجتمع إلى مجموعات متجانسة تبعاً للصفات المكونة له ، و يختار الباحث عينة عشوائية تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها في المجتمع ، و تعرف بالعينة الطبقية


تابع : الإحصاء
التشتت
مقاييس التشتت
التشتت لأى مجموعة من القيم يقصد به التباعد أو الإختلاف بين مفرداتها
أى أن : التشتت هو مقياس يعبر عن مدى تجانس المجموعات
ملاحظة
يكون التشتت :
* صغيراً إذا كان الإختلاف بين المفردات قليلاً " أى إذا كانت الفروق بين القيم صغيرة "
* كبيراً إذا كان الإختلاف بين المفردات كبيراً " أى إذا كانت الفروق بين القيم كبيرة "
* يساوى صفراً إذا تساوت جميع المفردات
(١) المدى : هو الفرق بين أكبر المفردات و أصغرها في المجموعة
ملاحظات :
* المدى هو أبسط و أسهل طرق قياس التشتت
* يتأثر المدى كثيراً بالقيم المتطرفة
* نظراً لعدم تأثر المدى بأى مفردة فى المجموعة عدا المفردتين الكبرى و الصغرى فقد لا يعطى صورة صادقة لتشتت المجموعة
(٢) الإنحراف المعيارى : هو الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات إنحرافات القيم عن وسطها الحسابى
ملاحظة
الإنحراف المعيارى أكثر مقاييس التشتت إنتشاراً و أدقها " تحت ظروف خاصة "
حساب الإنحراف المعيارى
لمجموعة من المفردات
الإنحراف المعيارى σ = $\sqrt{\frac{\sum(س - \overline{س})^2}{ن}}$
ملاحظات
σ " سيجما " (الإنحراف المعيارى لمجتمع البيانات)
ن عدد المفردات ، Σ عملية الجمع
$\overline{س}$ "سين Bar" (إلى الوسط الحسابى لمفردات المجتمع
$\overline{س}$ = مجموع قيم المفردات / عدد هذه المفردات
لتوزيع تكرارى
لأى توزيع تكرارى يكون :
الإنحراف المعيارى σ = $\sqrt{\frac{\sum(س - \overline{س})^2 ك}{\sum ك}}$
ملاحظات
س تمثل القيمة أو مركز المجموعة
، ك تكرار القيمة أو المجموعة
، Σ ك مجموع التكرارات
، $\overline{س}$ الوسط الحسابى = $\frac{\sum س ك}{\sum ك}$